

# ESTUDO DE UM CIRCUITO ELETRÔNICO QUE APRESENTA COMPORTAMENTO CAÓTICO

Gustavo Lambert<sup>1,2</sup>, Holokx A. Albuquerque<sup>3</sup>, Rero M. Rubinger<sup>4</sup>

1 – Depto. Eng. Elétrica – DEE, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville/SC

2 – PET Eng. Elétrica, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville/SC

3 – Depto. de Física – DFIS, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville/SC

4 – Depto. de Física e Química, Universidade Federal de Itajubá – Itajubá/MG

guto\_33@yahoo.com.br, dfi2haa@joinville.udesc.br

**Resumo.** Neste trabalho, estudamos experimentalmente um circuito eletrônico que apresenta um comportamento caótico. O circuito utilizado foi o circuito de Chua, que consiste em um circuito RLC acoplado com um Diodo, conhecido como Diodo de Chua. O circuito apresenta um comportamento caótico para determinados valores do parâmetro  $R$  (resistor variável). Para sua construção, optou-se, dentro das diversas possibilidades, pela proposta de Torres et. al. [7]. Essa proposta simula um indutor através de um circuito composto por amplificadores operacionais, evitando as possíveis interferências magnéticas e as variações na indutância. Esse é um dos motivos de se escolher o circuito de Chua sem indutor, além disso, o circuito é bastante robusto com relação à interferências externas e de fácil implementação.

**Palavras-chave:** Caos, Circuitos Eletrônicos, Osciladores.

## 1. INTRODUÇÃO

Caos é um comportamento apresentado na evolução espaço-temporal de determinados sistemas dinâmicos não-lineares. Sua principal característica é a imprevisibilidade do comportamento dinâmico, ou seja, para duas condições iniciais muito próximas, a evolução

dinâmica do sistema para cada condição irá divergir uma da outra de maneira exponencial. Tal fenômeno é observado em vários ramos das ciências exatas, humanas e econômicas [1].

A descoberta do caos determinístico introduziu novos tipos de sistemas eletrônicos não-lineares, sendo o circuito de Chua um exemplo [2-6]. Esse depende sensivelmente dos parâmetros de controle no regime caótico. Conseqüentemente, mesmo uma pequena alteração no ajuste de um dos parâmetros de controle leva qualitativamente a uma dinâmica completamente diferente [3-6]. Experimentalmente, é verificado que pequenas flutuações não desejadas em um parâmetro de controle do sistema podem afetar sensivelmente o comportamento deste, fato que não ocorre em simulações computacionais. Portanto, dados experimentais parecem ser não-estacionários e algumas vezes também não-periódicos. O circuito de Chua é usado para estudar importantes características da dinâmica não-linear, tais como bifurcação (sela-nó, dobramento de período), atratores estranhos e caos, e recentemente estruturas periódicas imersas em regiões caóticas no espaço de parâmetros do circuito [3-6].

Logo, em um contexto experimental, torna-se um grande desafio estudar situações mais complexas como é o caso de bifurcações homoclínicas associadas com os pontos estacionários, espaços de parâmetros

e a origem dos atratores estranhos do circuito.

Neste trabalho, estudamos experimentalmente o comportamento dinâmico de um circuito de Chua modificado, onde montamos em uma placa de circuito impresso os componentes eletrônicos e realizamos medidas elétricas desse circuito para a sua caracterização. Focamos neste trabalho o comportamento caótico do circuito. Na seção 2, apresentamos o aparato e o procedimento experimental. Na seção 3, mostramos os resultados experimentais com discussões e na seção 4 apresentamos as considerações finais.

## 2. EXPERIMENTO

O circuito de Chua é um circuito RLC, ao qual se adiciona o diodo de Chua, representado na Figura 1. Esse elemento apresenta o comportamento chamado resistência negativa e é o responsável pela não-linearidade do circuito, cuja curva característica corrente-tensão  $[i(V)]$  é semelhante à mostrada na Figura 2. Na Figura 3, mostramos o circuito equivalente ao diodo de Chua.

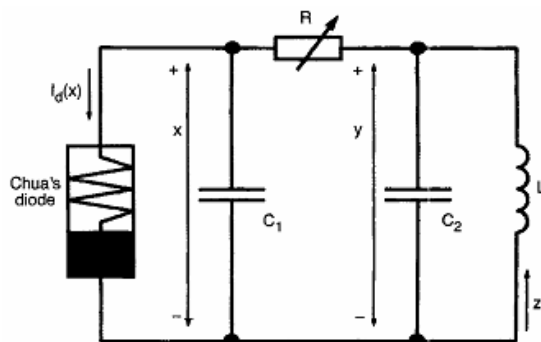


Figura 1 – Circuito de Chua, composto pelos seguintes elementos: R potenciômetro, L indutor,  $C_1$  e  $C_2$  capacitores e o diodo de Chua. As variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as variáveis medidas no circuito. Sendo  $x$  e  $y$  as quedas de tensões nos capacitores  $C_1$  e  $C_2$ , respectivamente, e  $z$  a corrente no indutor.

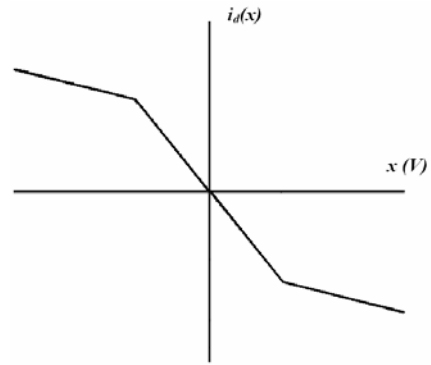


Figura 2 – Representação do comportamento da curva  $i(V)$  do Diodo de Chua.

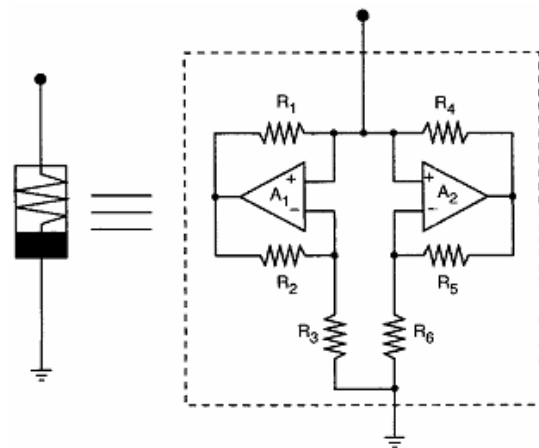


Figura 3 – Circuito equivalente ao Diodo de Chua. As resistências descritas possuem os seguintes valores:  $R_1=220\Omega$ ,  $R_2=220\Omega$ ,  $R_3=2,2k\Omega$ ,  $R_4=22k\Omega$ ,  $R_5=22k\Omega$  e  $R_6=3,3k\Omega$ . Os amplificadores operacionais  $A_1$  e  $A_2$  fazem parte do circuito integrado TL074C.

Neste trabalho, utilizamos a versão do circuito conhecida como *inductorless*, ou seja, o indutor  $L$  é substituído por um circuito equivalente, conforme a proposta de Torres *et. al.* [7]. A Figura 4 mostra o circuito equivalente ao indutor.

A Figura 5 mostra um diagrama do arranjo experimental utilizado para a caracterização elétrica do circuito. Para realizar o experimento foi conectada uma fonte Tektronix PS280 de corrente contínua com a tensão de 12,0V alimentando o Diodo de Chua. Com o circuito de Chua alimentado é feita a aquisição dos valores de tensão dos capacitores  $C_1$  e  $C_2$  (ver Fig. 1) utilizando uma placa de aquisição de dados da National Instruments DAQ USB 6009 controlada por um software desenvolvido em ambiente LabVIEW®.

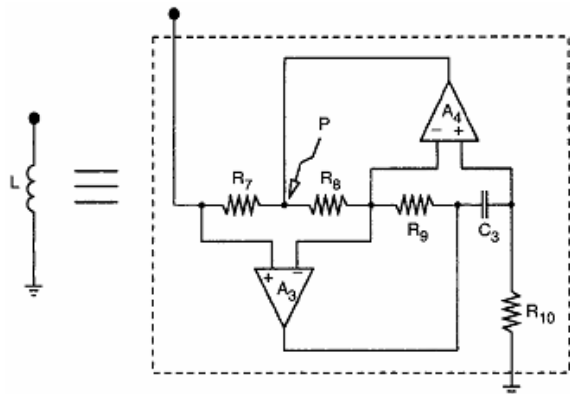


Figura 4 – Circuito equivalente ao indutor L. Em seu circuito é utilizado os seguintes valores de componentes:  $R_7=1,0k\Omega$ ,  $R_8=1,0k\Omega$ ,  $R_9=1,0k\Omega$ ,  $R_{10}=1,8k\Omega$  e  $C_3=23,5\mu F$ . Os amplificadores operacionais  $A_3$  e  $A_4$  fazem parte do circuito integrado TL074C.

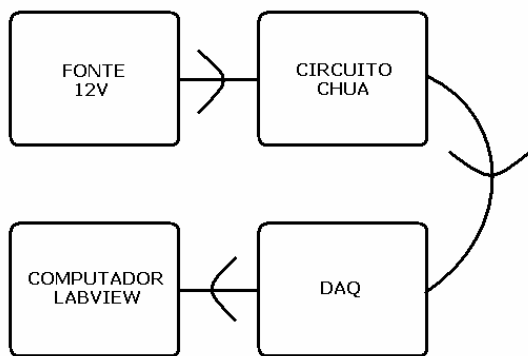


Figura 5 – Diagrama explicativo do procedimento experimental para verificação do comportamento caótico no circuito de Chua.

### 3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As medições foram realizadas através do osciloscópio Tektronix TDS 2024 e via LabVIEW<sup>®</sup> utilizando uma placa de aquisição de dados da DAQ USB 6009. Essas medidas foram feitas nos capacitores  $C_1$  e  $C_2$ , e, para o resistor R do circuito, utilizamos um potenciômetro que é visto como o parâmetro de controle do sistema, ou seja, ele controla a dinâmica do circuito. Assim, a utilização de uma resistência variável é de fundamental importância, pois, sem a mesma seria difícil obter diferentes comportamentos oscilatórios desejados em nossos estudos. Nas Figuras 6, 7 e 8, mostramos uma seqüência de imagens dos

atratores (figuras de Lissajous) vistas no próprio LabVIEW<sup>®</sup>. Cada imagem está relacionada com um valor do parâmetro de controle R (resistência ajustada pelo potenciômetro).

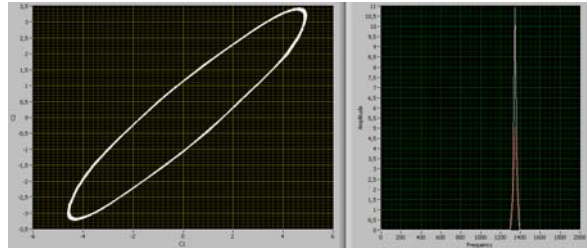


Figura 6 – Atrator periódico obtido com o parâmetro  $R= 0,642 k\Omega$ . Ao lado está a transformada rápida de Fourier.

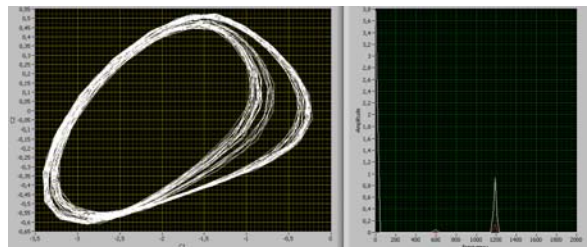


Figura 7 - Atrator de duplo-ciclo obtido com o parâmetro  $R= 1,584 k\Omega$ . Ao lado está a transformada rápida de Fourier.

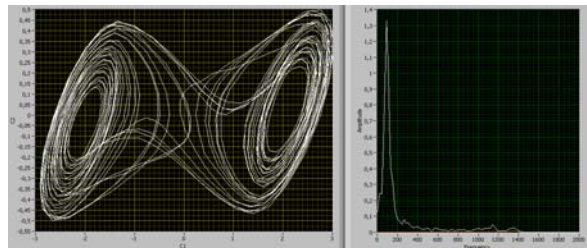


Figura 8 - Atrator caótico, duplo-rola, obtido com o parâmetro  $R= 1,516 k\Omega$ . Ao lado está a transformada rápida de Fourier.

Ao lado de cada atrator, nas Figs. 6, 7 e 8, observamos a transformada de Fourier (FFT), que indica o comportamento periódico (Fig. 6), com uma frequência única característica, e para o comportamento caótico (Figs. 7 e 8), com uma banda larga de frequências.

### 4. CONCLUSÕES

A presença de regiões com resistência negativa no diodo de Chua é o responsável pela não-linearidade do circuito. Com o diodo desacoplado, temos um circuito RLC

cujas oscilações são amortecidas. O diodo isolado também não gera oscilações. Entretanto ao acoplarmos os dois circuitos (diodo + circuito RLC), podem surgir oscilações periódicas ou caóticas. Na montagem feita neste trabalho, usamos um circuito equivalente para o diodo composto por amplificadores operacionais, o que propicia o formato de curva corrente-tensão do diodo observado na Figura 2.

Observamos que o comportamento oscilatório do circuito é governado pela resistência  $R$ , que experimentalmente foi construída com dois potenciômetros do tipo *trimpot*, de  $2000 \Omega$  e  $100 \Omega$  (valores comerciais). Para determinados valores de  $R$  inferiores a  $1400 \Omega$  o circuito apresentou comportamento periódico e para valores em torno de  $1400 \Omega$  a  $1700 \Omega$  apresentou comportamento caótico. Na faixa superior a  $1700 \Omega$  o sistema torna-se instável e não oscila.

Uma proposta de utilização de circuitos caóticos é na comunicação segura, onde informações podem ser criptografadas utilizando-se sinais caóticos e enviados com o auxílio de um circuito emissor. Do sinal recebido é subtraído o sinal caótico, obtendo-se novamente a mensagem enviada [8].

## REFERÊNCIAS

- [1] Nelson Fiedler-Ferrara e Carmen P. Cintra do Prado, *Caos Uma Introdução*, 1ª Edição, Editora Edgard Blücher Ltda, 1994.
- [2] L. O. Chua, *J. Circuits Syst. Comput.* **4** (1994), 117.
- [3] D. M. Maranhão, J. C. Sartorelli, M. S. Baptista, *Chaos, Solitons and Fractals* **39** (2007), 9.
- [4] D. M. Maranhão, M. S. Baptista, J. C. Sartorelli, I. L. Caldas, *Phys. Rev. E* **77** (2008), 037202.
- [5] H. A. Albuquerque, R. M. Rubinger, P. C. Rech, *Physica D* **233** (2007), 66.
- [6] H. A. Albuquerque, R. M. Rubinger, P. C. Rech, *Phys. Lett. A* **327** (2008), 4793.
- [7] L.A.B. Torres e L.A. Aguirre, *Electronics Letters* **36** (2002), 1915.
- [8] C. Cruz-Hernández, N. Romero-Haros, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **13** (2008), 645–659.
- [9] Manuais do LabView.